

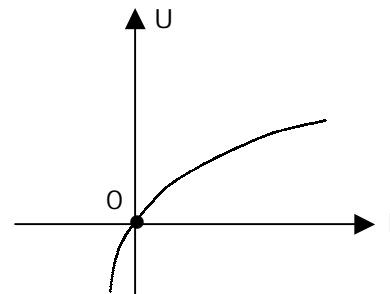
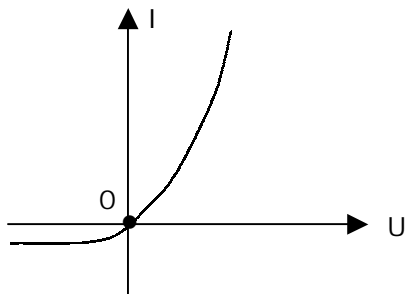
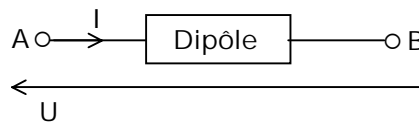
RESEAUX LINEAIRES EN REGIME PERMANENT

Plan (Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)

| | | |
|------|---|----|
| I. | Dipôle électrocinétique..... | 1 |
| II. | Modélisation d'un dipôle linéaire actif..... | 2 |
| III. | Sources « contrôlées » ou « liées »..... | 4 |
| IV. | Théorèmes pour les réseaux linéaires en régime permanent..... | 4 |
| V. | Point de fonctionnement d'un dipôle..... | 8 |
| VI. | Adaptation de résistance..... | 10 |

I. Dipôle électrocinétique.

Il s'agit d'une portion de circuit délimitée par deux « pôles » ou « bornes » A et B, orientée en général en conversion récepteur :



I.1. Caractéristiques : il s'agit des courbes $I = f(U)$ et $U = g(I)$, que l'on peut tracer par exemple expérimentalement, point par point. Les deux caractéristiques se déduisent par symétrie par rapport à la 1^{ère} bissectrice.

Caractéristique tension-courant

Caractéristique courant-tension

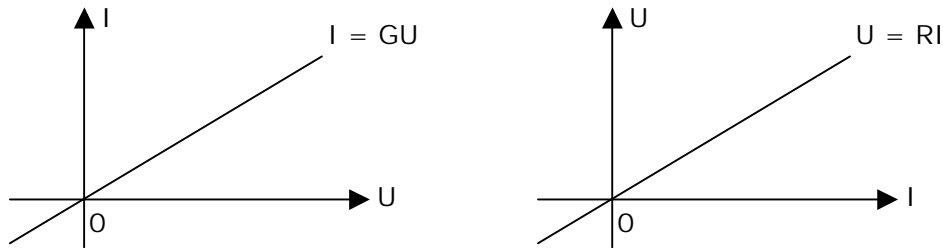
I.2. Dipôle passif/actif

Un dipôle est dit passif si sa caractéristique passe par l'origine : $I = 0$ et $U = 0$. Dans le cas contraire, il est dit actif.

I.3. Dipôle linéaire/non linéaire

Un dipôle est dit linéaire si sa caractéristique est une droite.

Un dipôle linéaire passif obéit à la loi d'Ohm :



II. Modélisation d'un dipôle linéaire actif.

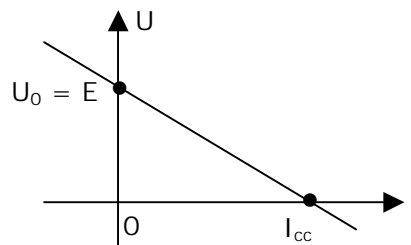
II.1. Modélisation « source de tension »

La caractéristique $U = g(I)$ est une droite ne passant pas par l'origine.

* Pour $I = 0$: $U = U_0 = E$ est appelée « tension à vide », ou « force électromotrice » (fem) du dipôle.

* Pour $U = 0$: $I = I_{cc}$ est appelé courant de court-circuit du dipôle.

* $\frac{E}{I_{cc}} = r$ est appelée « résistance interne » du dipôle.

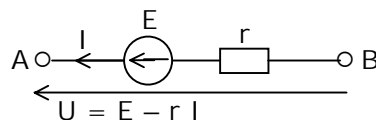


L'équation de la caractéristique est alors :

$$U = E - r I$$

Attention : usuellement, pour un dipôle linéaire actif, on prend des conventions « générateur ».

Le « schéma équivalent » est alors le suivant :



Rem : * Le fonctionnement peut être réversible et peut conduire à $I < 0$ (« recharge » d'une batterie par exemple).

* Source de tension idéale : $r = 0, U = E, \forall I$

II.2. Modélisation « source de courant »

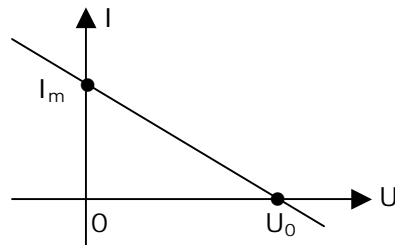
On s'intéresse cette fois à la caractéristique $I = f(U)$.

Toujours avec des conventions générateur on peut écrire :

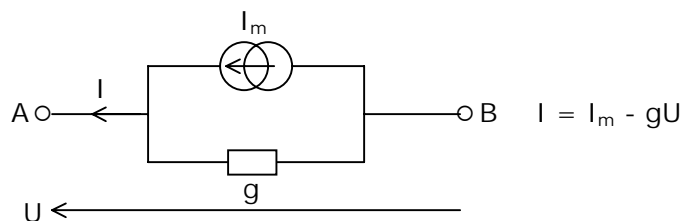
$$U = E - r I \Leftrightarrow I = \frac{E}{r} - \frac{1}{r} U$$

On note alors :

$$\begin{cases} \frac{E}{r} = I_m (= I_{cc}) & \text{courant électromoteur du dipôle (« cem »).} \\ g = \frac{1}{r} & \text{conductance interne du dipôle} \end{cases}$$

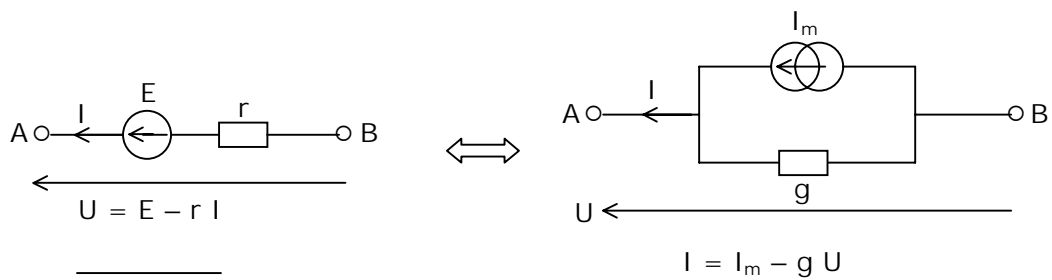


Le schéma équivalent du dipôle est alors :



Rem : Source de courant idéale : $g = 0 : I = I_m, \forall U$

II.3. Passage d'une modélisation à l'autre.



Avec :

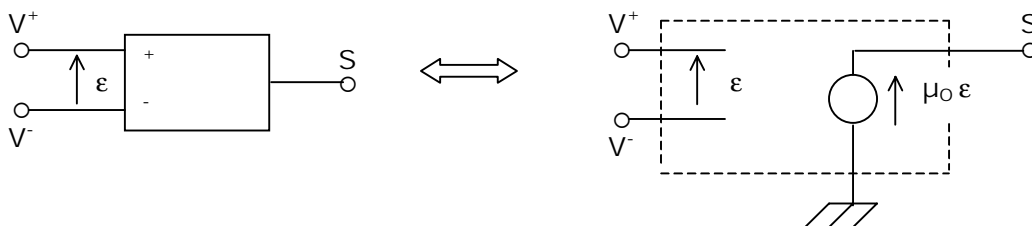
$$\begin{cases} g = 1/r \\ I_m = E/r \end{cases}$$

On préférera la modélisation « source de tension » pour une structure de circuit plutôt « série » ; la modélisation « source de courant » pour une structure plutôt « parallèle ».

III. Sources « contrôlées » ou « liées ».

Il s'agit de sources de tension ou de courant, dont la fem ou le cem sont proportionnels à une autre grandeur électrique du circuit. Ces sources ne constituent pas des apports réels de puissance, mais sont des modélisations de phénomènes physiques linéaires (amplification de tension par exemple) internes à un composant actif.

Exemple : amplificateur opérationnel en régime linéaire : son schéma équivalent fait apparaître en sortie une source de tension idéale, « contrôlée » par $\varepsilon = V^+ - V^-$:



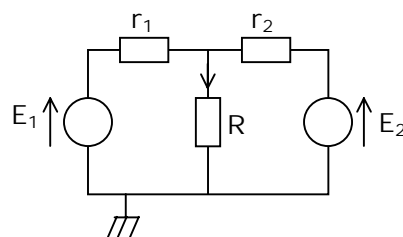
IV. Théorèmes pour les réseaux linéaires en régime permanent.

IV.1. Théorème de superposition des sources.

Pour un réseau linéaire comportant plusieurs sources (de tension ou de courant), toute grandeur électrique de ce réseau peut être obtenue comme la superposition de la même grandeur calculée avec une seule source, en « éteignant » toutes les autres.

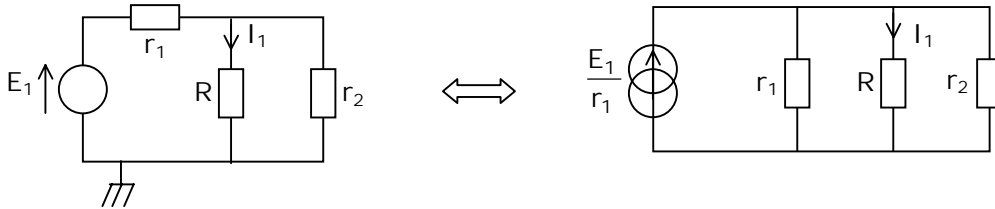
Rem : « éteindre » une source de tension consiste à faire $E = 0$ (la court-circuiter) ; « éteindre » une source de courant consiste à faire $I_m = 0$ (« l'ouvrir »).

Ex. :



On cherche à déterminer I.

* Source 1 « seule » :



$$I_1 = \frac{E_1}{r_1} \times \frac{1/R}{1/r_1 + 1/R + 1/r_2}$$

(« Diviseur de courant »)

* Source 2 seule : on aurait de même :

$$I_2 = \frac{E_2}{r_2} \times \frac{1/R}{1/r_1 + 1/R + 1/r_2}$$

* Théorème de superposition des sources :

$$I = I_1 + I_2 = \left(\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} \right) \times \frac{1/R}{1/R + 1/r_1 + 1/r_2}$$

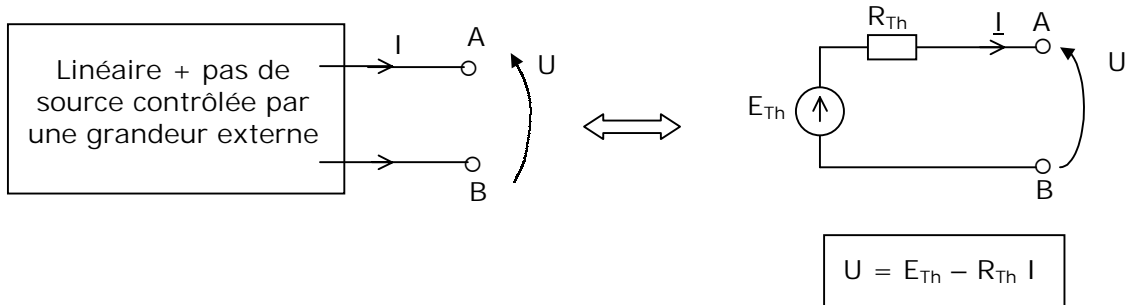
IV.2. Théorème de Thévenin – Norton.

Il s'agit d'un théorème très utile permettant de remplacer tout dipôle linéaire, ne comportant pas de source contrôlée par une grandeur externe à ce dipôle, aussi complexe soit-il, par sa modélisation.

- Source de tension (modélisation de « Thévenin »)
- ou
- Source de courant (modélisation de « Norton »)

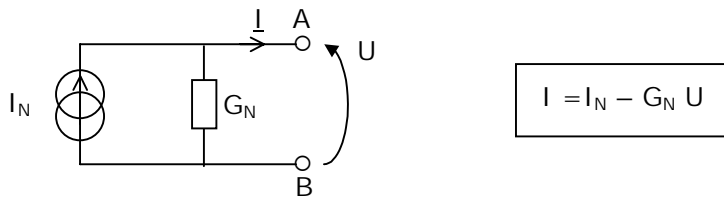
En effet, si ces conditions sont réalisées, les caractéristiques $U = g(I)$ et $I = f(U)$ sont des droites intrinsèques au dipôle.

*Modélisation de Thévenin :



- Calcul de E_{Th} : $E_{Th} = U_o$, tension à vide du dipôle.
- Calcul de R_{Th} : R_{Th} est la « résistance équivalente » du dipôle rendu passif : on calcule R_{Th} en éteignant toutes les sources indépendantes (non liées) du dipôle.

*Modélisation de Norton : le dipôle précédent peut se modéliser par le schéma :

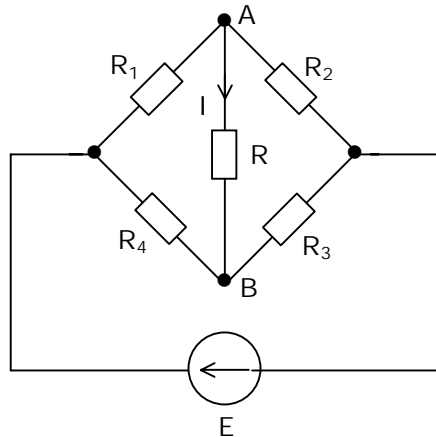


- Calcul de I_N : $I_N = I_{CC}$, courant de court-circuit du dipôle.
- Calcul de G_N : G_N est la conductance équivalente du dipôle rendu passif.

*Passage d'une modélisation à l'autre :

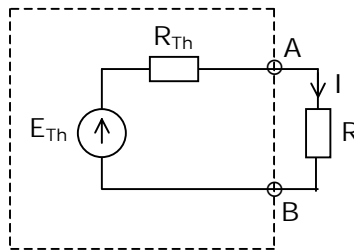
$$\begin{cases} G_N = 1/R_{Th} \\ I_N = E_{Th}/R_{Th} \end{cases}$$

*Exemple : « Pont de Whectstone »



On cherche à déterminer I.

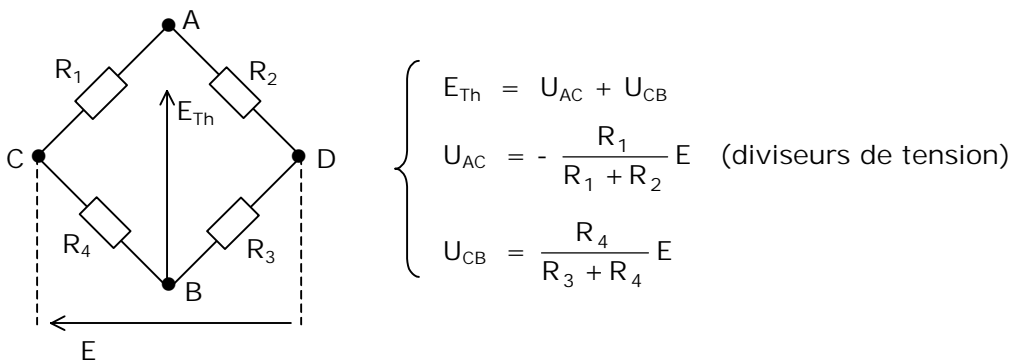
Appliquons le théorème de Thévenin au « dipôle AB » (linéaire, sans sources contrôlées). Le réseau précédent est alors équivalent à :



Alors :
$$I = \frac{E_{Th}}{R + R_{Th}}$$

Il s'agit donc de calculer E_{Th} et R_{Th} .

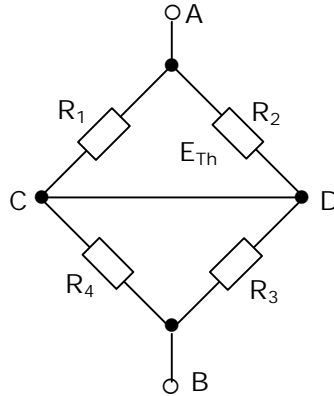
- Calcul de E_{Th} : $E_{Th} = U_{O}$, que l'on calcule en remplaçant R par un circuit ouvert :



Ainsi :

$$E_{Th} = \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) E$$

- Calcul de R_{Th} : on éteint E et on calcule la résistance équivalente au dipôle entre A et B :



On voit que R_1 et R_2 sont en parallèle, le tout en série avec R_3 et R_4 elles-mêmes en parallèles.

$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

Lorsque I est nul, on dit que le pont est équilibré.

Or :

$$I = 0 \Leftrightarrow \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Soit :

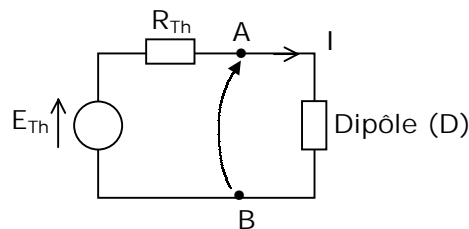
$$R_1 R_3 = R_2 R_4$$

, condition d'équilibre du pont.

(Cette condition peut permettre par exemple de mesurer R_4 , R_1 , R_2 et R_3 étant connues).

V. Point de fonctionnement d'un dipôle.

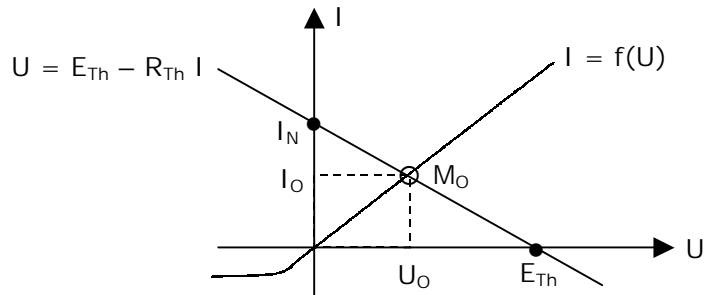
Soit un dipôle (D), linéaire ou non, « alimenté » par un dipôle linéaire (générateur) que l'on peut modéliser par ses éléments de Thévenin :



Il existe deux relations entre U et I :

$$\begin{cases} U = E_{Th} - R_{Th} I \text{ (« droite de Thévenin »)} \\ I = f(U) \end{cases}$$

A l'intersection de la droite de Thévenin et de la caractéristique $I = f(U)$ du dipôle se trouve le « point de fonctionnement » de ce dernier.



Ce point M_0 donne graphiquement les valeurs, U_0 et I_0 , de U et I dans le réseau. Si le dipôle est non linéaire, on peut de plus linéariser au voisinage d'un point de fonctionnement M_0 , ce qui revient à remplacer la caractéristique du dipôle par sa tangente en ce point :

Si $U \approx U_0$ et $I \approx I_0$, on peut poser :

$$\begin{cases} U = U_0 + u \\ I = I_0 + i \end{cases}, \quad \frac{|u|}{U_0} \text{ et } \frac{|i|}{I_0} \ll 1$$

Alors :

$$I = I_0 + i = f(U) \approx \underbrace{f(U_0)}_{I_0} + \underbrace{(U - U_0)}_u f'(U_0)$$

Ainsi :

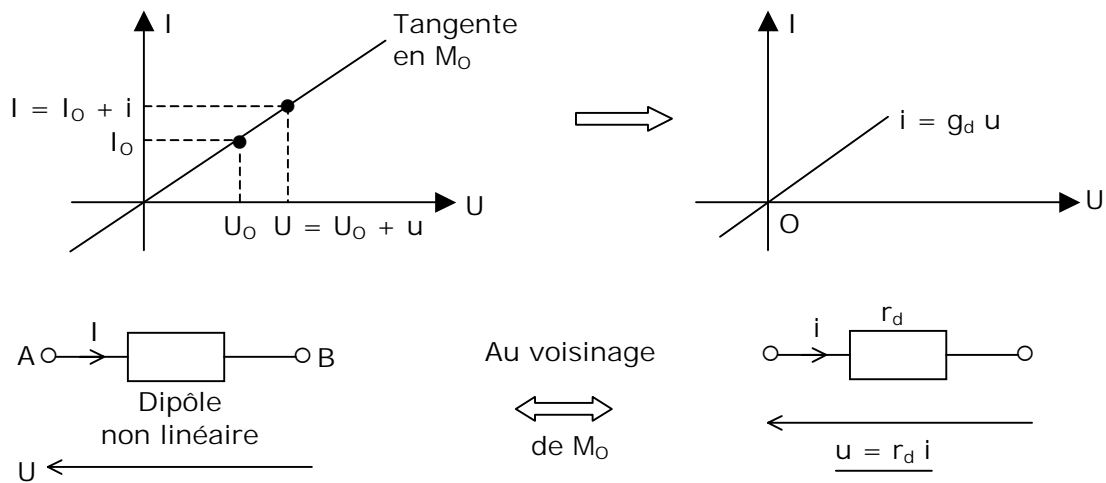
$$i = f'(U_0) u$$

On pose souvent :

$$\begin{cases} f'(U_0) = \left(\frac{dI}{dU} \right)_{M_0} = g_d \\ g'(U_0) = \left(\frac{dU}{dI} \right)_{M_0} = r_d = \frac{1}{g_d} \end{cases}$$

où r_d et g_d sont appelées respectivement résistance et conductance différentielles du dipôle en M_0 .

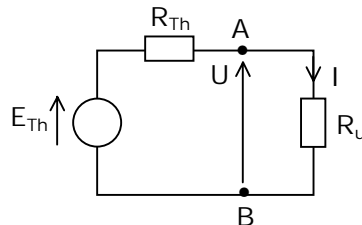
Au voisinage d'un point de fonctionnement M_0 , on peut donc remplacer, du point de vue des « petites variations » de U et I , un dipôle non linéaire par un conducteur ohmique de résistance r_d :



Cette opération de linéarisation est très fréquente et très utile dans l'étude des composants électroniques (par exemple transistors) en « petits signaux ».

VI. Adaptation de résistance.

On alimente une résistance R_u (« utilisation ») par un dipôle linéaire actif, modélisé par ses éléments de Thévenin :



On dit que l'utilisation (appelée aussi parfois « charge ») et la source sont « adaptées », si la puissance utile, c'est-à-dire la puissance cédée par la source à l'utilisation est maximale.

Or, cette puissance utile est :

$$P_u = R_u U^2 = \frac{U^2}{R_u}$$

Avec :

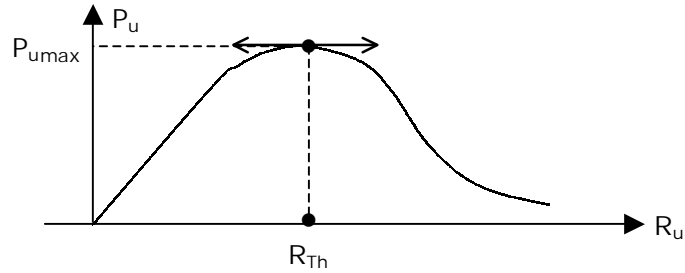
$$U = \frac{R_u}{R_u + R_{Th}} E_{Th}$$

Ainsi :

$$P_u(R_u) = \frac{R_u}{(R_u + R_{Th})^2} E_{Th}^2$$

$$P'_u(R_u) = \frac{R_{Th} - R_u}{(R_u + R_{Th})^3} E_{Th}^2$$

L'allure de la courbe $P(R_u)$ est alors la suivante :



Il y a donc adaptation si $R_u = R_{Th}$.

Alors :

$$P_{u\max} = \frac{E_{Th}^2}{4 R_{Th}}$$